

السؤال الأول :

1. للدالة التالية:

$$\vec{v} = y^2 \hat{x} + (2xy + z^2) \hat{y} + 2yz \hat{z}$$

$\vec{\nabla} \cdot \vec{v}$ تساوي:

- أ- xy ب- $2xy$ ج- $2(y+z)$ د- $2(x+y)$

2. التباعد (Divergence) في الإحداثيات الكروية للدالة هو:

$$\vec{v} = r \hat{r} + r \sin \theta \hat{\theta}$$

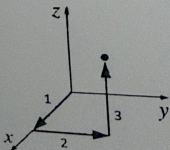
- أ- 0 ب- $3 + 2 \cos \theta$ ج- $3 \sin \theta$ د- $5 \cos \theta - \sin \theta$

3. للدالة التالية :

$$\vec{v} = x^2 \hat{x} + 2yz \hat{y} + y^2 z \hat{z}$$

و باستخدام النظرية الأساسية للإنحدار فإن قيمة المسار 3 كما بالشكل والموجودة عند نقاط الحدود (1,1,0) to (1,1,1) هو :

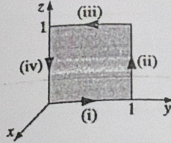
- أ- 1 ب- 2 ج- 3 د- 4



4. للدالة التالية :

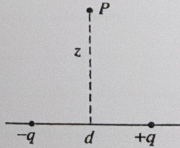
$$\vec{v} = xz\hat{y} + yz\hat{z}$$

مستخدما نظرية ستوكس، فإن قيمة التكامل السطحي أو الخطي للشكل بالأسفل يساوي



- أ- $\frac{1}{4}$ ب- $\frac{1}{2}$ ج- $\frac{3}{4}$ د- 1

5. شحنتان نقطيتان موجودتان على المحور السيني (x-axis) متساويتين في المقدار و متعاكستين في الإشارة و المسافة بينهما d. المجال الكهربائي عند النقطة P و التي تقع على ارتفاع z هو:



ب- $2 \cdot \frac{1}{4 \pi \epsilon_0} \cdot \frac{qz}{\left(z^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2\right)^{\frac{3}{2}}} (-\hat{z})$

أ- $2 \cdot \frac{1}{4 \pi \epsilon_0} \cdot \frac{qz}{\left(z^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2\right)^{\frac{3}{2}}} \hat{z}$

د- $\frac{1}{4 \pi \epsilon_0} \cdot \frac{qd}{\left(z^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2\right)^{\frac{3}{2}}} (-\hat{x})$

ج- $\frac{1}{4 \pi \epsilon_0} \cdot \frac{qd}{\left(z^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2\right)^{\frac{3}{2}}} \hat{x}$

السؤال الثاني:

اثبت أن الشكل التفاضلي لقانون جاوس يعطى بالمعادلة التالية:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

السؤال الثالث:

هل يمكن أن يكون المجال $\vec{E} = x \hat{y}$ مجالا كهربائيا؟

مساعدة : تفاضل المتجهات في الإحداثيات الكروية :

$$\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \phi} \hat{\phi}$$

$$\text{Gradient: } \vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial f}{\partial \phi} \hat{\phi}$$

$$\text{Divergence: } \vec{\nabla} \cdot \vec{F} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 F_r) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta F_\theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial F_\phi}{\partial \phi}$$

$$\text{Curl: } \vec{\nabla} \times \vec{F} = \frac{1}{r \sin \theta} \left[\frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta F_\phi) - \frac{\partial F_\theta}{\partial \phi} \right] \hat{r} + \frac{1}{r} \left[\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial F_r}{\partial \phi} - \frac{\partial}{\partial r} (r F_\phi) \right] \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial r} (r F_\theta) - \frac{\partial F_r}{\partial \theta} \right] \hat{\phi}$$